

УДК 51:631.11

А.В. Коростылев,

магистрант Хабаровской государственной академии экономики и права

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ОПТИМАЛЬНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ
В ПРОЦЕССЕ ВЫРАЩИВАНИЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР
С ЦЕЛЬЮ ПОЛУЧЕНИЯ МАКСИМАЛЬНОЙ ПРИБЫЛИ

Представлена математическая модель оптимального использования ресурсов агрофирмы, позволяющая адекватно описывать разворачивающийся во времени процесс выращивания сельскохозяйственных культур, оценивать качество принимаемых специалистом решений как на этапе планирования, так и на этапе оперативного управления процессом производства с целью минимизации потерь урожая и сохранения высокого уровня прибыли.

Ключевые слова: математическое моделирование, математическая модель, целевая функция, коэффициент, оптимизационная задача, прибыль, растениеводство.

The mathematical model of optimal use of the farm firm resources is presented in this article. It allows adequately describing of the cropping process unfolding in time, assessing the quality of specialist's decisions (both at the planning stage and at the stage of operational management of the production process) to minimize yield losses and maintain high level of profit.

Keywords: mathematical modeling, mathematical model, objective function, coefficient, optimization problem, profit, crop research.

Рассмотрим модель оптимального планирования использования ресурсов (техники, специалистов, запасов удобрений, горюче-смазочных материалов, водных ресурсов, денег и т.д.) растениеводческих хозяйств с целью получения максимальной прибыли от выращиваемого урожая и оптимального оперативного управления с целью минимизации потерь урожая в процессе его выращивания и сохранения высокого уровня прибыли.

Планирование выращивания сельскохозяйственных культур включает решение таких вопросов:

1. Распределение посевов различных сельскохозяйственных культур по землям растениеводческих хозяйств с заданным севооборотом.

2. Составление технологических карт по выращиванию каждой сельскохозяйственной культуры.

3. Распределение ограниченных ресурсов фирмы между всеми работами, которые нужно выполнить в тот или иной период.

Все вопросы должны решаться в комплексе, с учётом воздействия на производство сельскохозяйственной продукции случайных (погодные условия, возможность развития болезней и вредителей растений) и неопределённых факторов (будущие цены, спрос на выращиваемую продукцию, стоимость ресурсов, которые нужно будет приобрести, ограничения на величину ресурсов, которые можно будет дополнительно привлечь и т.д.).

Поскольку конечный результат деятельности растениеводческих хозяйств – прибыль – зависит от принятия решений по всем трём вопросам, то оптимизационная модель распределения ресурсов позволяет учитывать взаимосвязь и оценить качество решений первых двух вопросов. Разница заключается в том, что вариант решения первых двух вопросов будет присутствовать в модели в виде заданных параметров, а варианты решения третьего вопроса – в виде переменных. Для первого и второго вопросов вариант решений должен сформировать специалист, а варианты решений последнего вопроса будут определяться автоматически в про-

цессе решения оптимизационной задачи и зависеть от решений по первым двум. Результатом решения оптимизационной задачи будет величина прибыли, которую может получить хозяйство, и объёмы использования ресурсов.

При этом определится, достаточно ли ресурсов, имеющихся у хозяйств, или сколько их ещё необходимо для выращивания сельскохозяйственных культур в планируемых объёмах.

Математическая модель записывается следующим образом.

Максимизировать прибыль, получаемую хозяйством в результате продажи выращенного урожая:

$$\sum_{k \in K} \sum_{s \in S} (A_{sk} c_k y_{sk}^* (\prod_{i \in I_{sk}} \mu_{isk})) - X^* \rightarrow \max; \quad (1)$$

при ограничениях:

определение денежных затрат по периодам времени

$$\sum_{k \in K} \sum_{s \in S} \sum_{i \in I_{sk}} \sum_{t \in T_{isk}} \sum_{j \in J_{tisk}} z_{ijsk}^t x_{ijsk}^t - X^* = 0; \quad (2)$$

выполнение обязательных технологических операций (далее – ТО) на всех полях и для всех культур:

$$\sum_{t \in T_{isk}} \sum_{j \in J_{tisk}} q_{ijsk}^t x_{ijsk}^t = S_{tsk}^*, \quad i \in I_{sk}^0, s \in S_k, k \in K; \quad (3)$$

ограничения объема дополнительных ТО максимальными целесообразными значениями:

$$\sum_{t \in T_{isk}} \sum_{j \in J_{tisk}} q_{ijsk}^t x_{ijsk}^t \leq S_{tsk}^*, \quad i' \in I_{sk}^1, s \in S_k, k \in K; \quad (4)$$

определение общих коэффициентов уменьшения урожайности:

$$\mu_{isk} = \gamma_{isk}^h + (\sum_{t \in T_{isk}} \gamma_{isk}^t \sum_{j \in J_{tisk}} q_{ijsk}^t x_{ijsk}^t) / S_{tsk}^*, \quad i \in I_{sk}, s \in S_k, k \in K; \quad (5)$$

ограничение на максимальный возможный расход ресурсов в течение каждого выделенного интервала периодов:

$$\sum_{t \in T_{v_r}} \rho_{rijks}^t x_{ijsk}^t \leq Q_r^v, \quad v \in \Gamma_r, r \in R \quad (6)$$

ограничение на время использования способов выполнения ТО в отдельные периоды.

Эти ограничения будут задаваться лишь для некоторых способов выполнения ТО:

$$x_{ijsk}^t \leq x_{ijsk}^{tmax}; \quad (7)$$

условие не отрицательности:

$$x_{ijsk}^t \geq 0. \quad (8)$$

Теперь остановимся на содержательном описании модели и введённых обозначениях. Весь цикл сельскохозяйственного производства разбит на T периодов. Это могут быть дни, недели или другие временные интервалы. Продолжительность периодов может быть неодинаковой. Например, для более напряжённого времени периоды могут быть короткими, чтобы точнее учесть пиковые нагрузки, для зимнего времени – более длинными. Считается, что для каждого поля s задана культура k , которая будет выращиваться в течение цикла T . В случае, когда поле s находится под паром, формально будем считать, что ему также соответствует некоторый индекс культуры k (например, $k=0$). Для каждого поля s и выращиваемой на нём культуры k составляется технологическая карта, охватывающая T периодов. Если в течение T периодов на поле последовательно будут выращиваться две культуры, то это будет объединённая технологическая карта. Карта включает описание последовательности агроприёмов и операций, для каждой из которых задано множество периодов $T_i \leq T$, в течение которых операция (агроприём) должна быть выполнена. Для каждого периода $t \in T$ задан коэффициент уменьшения величины урожайности $\gamma_i^t \leq 1$, если операция выполняется в этот период. Предполагается также, что есть множество периодов $T_i^0 \leq T_t$ для которых $\gamma_i^t = 1$ – это наилучшее время выполнения операции.

Коэффициент γ_i^t тем меньше, чем дальше период t отстоит от T_i^0 . Сроки периодов T_i^0 и T_i рассчитываются специалистами исходя из опыта прошлых лет и прогнозов погодных условий на предстоящее время.

Урожайность культуры k полагается равной $y_k \gamma_{ki}^t$ для части поля s , на которой операция выполнялась в период t , где y_k^* – ожидаемая урожайность культуры k на поле s в случае выполнения всех запланированных технологических операций (ТО) в наилучшие для них сроки. Множество операций карты разделено на две части: обязательные I_{sk}^0 и необязательные I_{sk}^1 . К обязательным операциям относятся такие, без выполнения которых выращивание культуры невозможно: планировка, вспашка, посев, полив, уборка и др.; необязательные, невыполнение которых уменьшает урожайность: дополнительное внесение удобрений, подкормка и т.д. Для необязательных операции задаётся коэффициент уменьшения урожайности γ_i^H для случая невыполнения операций.

Каждая операция может быть выполнена несколькими способами с использованием различных тракторов, машин, механизмов. Каждый способ выполнения j характеризуется приведёнными затратами z_{ijsk}^t (тг/ч), производительностью q_{ijsk}^t (га/ч) и расходом ресурсов ρ_{rljsk}^t , где $r \in R$ – множество видов ресурсов. Расчёт указанных параметров выполняется специалистами на основании нормативной базы, методик расчётов соответствующих

параметров, опыта предыдущих лет и ограничений на выполнение операции. Для каждой культуры k и i -й ТО должен быть задан объём её выполнения S_{tsk}^* , выражаемый в гектарах. Для каждого вида ресурса должно быть задано суммарное ограничение на его количество Q_r^v за несколько периодов. Например, для топлива это может быть весь цикл T . Для каждого способа j вводится переменная величина x_{ijsk}^t – время его использования для обработки поля s , занятого культурой k , наилучшее значение которой определяется из решения оптимизационной задачи. Прибыль агрофирмы, ожидаемая в результате продажи выращиваемого урожая, подсчитывается с учётом потерь, которые возникают в случае несоблюдения наилучших сроков выполнения ТО и в случае выполнения некоторых ТО. В модели (1) – (8) использованы следующие обозначения,

где i, j, k, s, t, r, v – индексы;

K – множество сельскохозяйственных культур, выращиваемых агрофирмой;

S_k – множество полей, на которых выращивается культура;

I_{sk} – множество ТО в технологической карте выращивания культуры k на поле s ;

I_{sk}^0, I_{sk}^1 – множество обязательных и необязательных ТО;

T_{isk} – множество периодов, в течение которых можно выполнить i -й ТО на поле s ;

J_{isk}^t – множество способов, которыми можно выполнить i -й ТО на поле s в период t ;

R – множество видов ресурсов, которые могут понадобиться в течение всего цикла T для выращивания сельскохозяйственных культур;

Γ_r – множество частей цикла T , для каждой из которых задан лимит использования ресурса r ;

Γ_r^v – множество периодов части v , имеющих общее ограничение по использованию ресурса r ;

A_{sk} – площадь поля s , на которой выращивается культура k ;

S_{sik}^* – площадь культуры k , на которой i -й ТО на поле s должна быть выполнена;

c_k – прогнозируемая стоимость тонны урожая культуры k ;

y_{sk}^* – средняя планируемая урожайность культуры k на поле s при условии, что все запланированные ТО для этой культуры будут выполнены в наилучший срок;

z_{ijsk}^t – приведённые затраты на выполнение i -й ТО на поле s способом j в период t в течение часа (тг/ч);

q_{ijsk}^t – часовая производительность выполнения i -й ТО на поле s в период t способом j (га/ч);

ρ_{rijsk}^t – коэффициент использования ресурса r при выполнении i -й ТО на поле s в период t способом j в течение часа (1 ед. ресурса/час.);

Q_r^v – лимит ресурса r , выделенный на часть цикла $v \in \Gamma_r$;

γ_{isk}^h – коэффициент уменьшения урожайности в случае невыполнения 1-й ТО на поле s ;

γ_{isk}^t – коэффициент уменьшения урожайности при выполнении 1-й ТО в период t на поле s ;

x_{isjk}^{\max} – максимально возможное значение переменной x_{isjk}^t ;

x_{isjk}^t – время (часы) выполнения i -й ТО на поле s в период t способом j ;

μ_{tsk} – общий коэффициент уменьшения урожайности культуры k для всего поля s , зависящий от объёма и сроков выполнения i -й ТО.

Модель (1) – (8) может использоваться как при планировании проведения полевых работ на весь период T , так и для оперативного управления и оптимального распределения ресурсов хозяйства (предприятия) по работам, которые нужно будет выполнить в ближайшее время. Использование модели в этих двух случаях будет заключаться в уровне детализации рассмотрения процесса выращивания культур, точности исходных данных, определённости прогнозов. Для оперативного управления более короткими будут периоды t , более определённо заданы множества Γ_{sk}^0 , Γ_{sk}^1 , T_{isk} , J_{tsijk} , точнее можно прогнозировать урожайность, погоду. При планировании можно рассмотреть возможность приобретения новой техники, дополнительных закупок удобрений, топлива, заключения договоров на привлечение в периоды пиковых нагрузок других организаций с их техникой и т.п.

Модель (1) – (8) позволяет адекватно описывать развертывающийся во времени

процесс выращивания сельскохозяйственных культур и использования в этом процессе ресурсов агрофирмы, оценивать качество принимаемых специалистом решений как на этапе планирования, так и на этапе оперативного управления процессом производства. Реализация приведённой модели на вычислительной технике позволит специалисту сосредоточиться на рассмотрении именно агрономических вопросов и освободит его от необходимости просчитывать вручную возможности реализации агрономических планов их эффективность. Предложенная модель позволяет планировать использование ресурсов с учётом влияния на конечный результат – прибыль от наилучших сроков выполнения ТО и отказов от выполнения некоторых технологических операций.